Centro Studi Colombo

Statica

5 STATICA

La **statica** studia le condizioni di equilibrio di un sistema meccanico e permette di comprendere il funzionamento di macchine semplici come le leve. I corpi estesi, ovvero di dimensioni non puntiformi, possono essere distinti in corpi rigidi, elastici e plastici sulla base della risposta all'azione di forze applicate.

5.1 Corpo rigido

Un **corpo rigido** è un corpo esteso che sotto l'azione di forze applicate non subisce deformazione; un **corpo elastico** sotto l'azione di forze applicate può subire una deformazione ma ritorna nella sua forma originale quando cessa la sollecitazione dovuta alla forza applicata; un **corpo plastico** può subire una deformazione permanente a seguito dell'azione di forze applicate.

5.2 Momento di una forza

Si definisce **momento di una forza** $\vec{F}$ il seguente prodotto vettoriale:

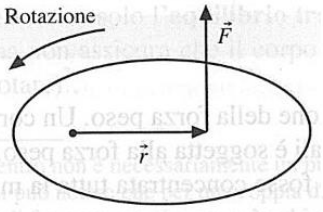
$$\boxed{\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F}} \tag{5.1}$$

dove il vettore $\vec{r}$ indica la distanza dal polo O al punto di applicazione della forza.
Il momento è una grandezza vettoriale con modulo:

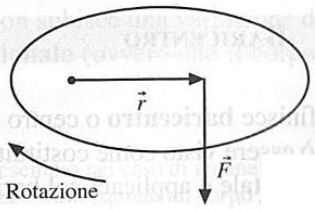
$$\boxed{M = r \cdot F \cdot sen\,\vartheta} \tag{5.2}$$

dove ϑ è l'angolo fra i vettori $\vec{F}$ ed $\vec{r}$. La quantità $r \cdot sen\,\vartheta$ esprime la distanza del polo O dalla retta indicante la retta di applicazione della forza e prende il nome di **braccio**.

La direzione del vettore $\vec{M}$ è perpendicolare al piano individuato dai vettori $\vec{r}$ ed $\vec{F}$ (ovvero la direzione è quella dell'asse di rotazione) ed il verso è legato alla rotazione indotta. Per una rotazione in senso orario, il verso del vettore momento è entrante, mentre per una rotazione in senso antiorario è uscente (Figg. 5.1 e 5.2).



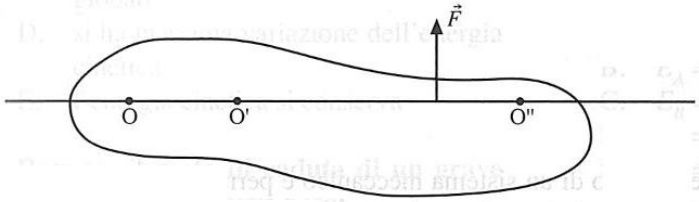
❒ ***Figura 5.1*** *Rotazione antioraria: momento con verso uscente.*



❒ ***Figura 5.2*** *Rotazione oraria: momento con verso entrante.*

Il momento di una singola forza dipende dalla posizione del polo.

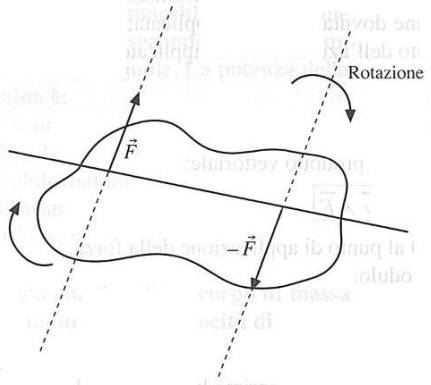
In Figura 5.3 il momento di $\vec{F}$ rispetto ad O è in modulo maggiore del momento di $\vec{F}$ rispetto ad O′. Tutti i tre momenti di $\vec{F}$ (ripetto ad O, O′ e O″) sono diretti perpendicolarmente al foglio ma il verso del momento rispetto ad O″ è entrante mentre il verso dei momenti rispetto ad O e O′ sono uscenti.



❒ ***Figura 5.3*** *Il momento di una singola forza dipende dalla posizione del polo.*

5.3 Coppia di forze

Due forze uguali ed opposte che agiscono con differenti rette di azione costituiscono una **coppia di forze** (Fig. 5.4).



❒ ***Figura 5.4*** *Corpo rigido soggetto ad una coppia di forze.*

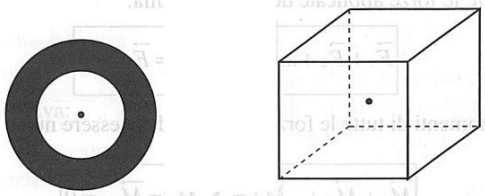
Per una coppia di forze la risultante delle forze è nulla $\vec{F}_{tot} = 0$ ma la risultante dei momenti non è nulla e provoca una rotazione.

È importante osservare che il momento di una forza dipende dalla posizione del polo ma il momento risultante per una coppia di forze assume lo stesso valore qualunque sia la posizione del polo rispetto al quale si calcola il momento.

5.4 Baricentro

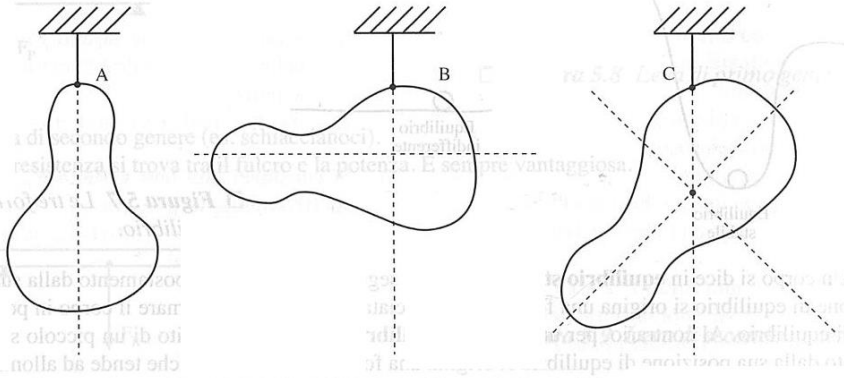
Si definisce **baricentro** o centro di gravità il punto di applicazione della forza peso. Un corpo esteso può essere visto come costituito da porzioni ognuna delle quali è soggetta alla forza peso. La forza peso totale è applicata nel baricentro, come se in quel punto fosse concentrata tutta la massa del corpo.

Se il corpo è omogeneo e possiede una simmetria, il centro di gravità coincide con il centro geometrico (Fig. 5.5).



❒ ***Figura 5.5*** *Per un corpo simmetrico e omogeneo il baricentro si trova nel centro geometrico*[1].

Per un corpo rigido la posizione del baricentro non dipende dalla orientazione che può assumere il corpo. Quindi un corpo rigido sospeso ad un suo qualsiasi punto A si orienta con il baricentro sulla linea verticale che passa per A. La posizione del baricentro può quindi essere trovata, appendendo il corpo in punti diversi (B e C), come intersezione fra le linee verticali (Fig. 5.6)



❒ ***Figura 5.6*** *Metodo per trovare il baricentro di un corpo rigido.*

5.5 CONDIZIONI DI EQUILIBRIO

Condizione necessaria e sufficiente ad assicurare che un punto materiale mantenga il suo stato di quiete è che la risultante delle forze applicate sia nulla. Questa condizione nel caso di un corpo rigido può garantire solo l'**equilibrio traslazionale** (ovvero il corpo non subisce una variazione di velocità) ma non assicura che il corpo sia anche in **equilibrio rotazionale** (ovvero che il corpo non possa ruotare)[2].

---

(1) Il baricentro non è necessariamente un punto che appartiene al corpo, come esempio nel caso di un anello.
(2) Infatti si può notare che per una coppia di forze (§5.3), la risultante delle forze è nulla, quindi un corpo soggetto ad un coppia di forze non trasla, ma può subire una rotazione.

L'equilibrio dei corpi rigidi richiede le due condizioni:

1) La risultante di tutte le forze applicate deve essere nulla:

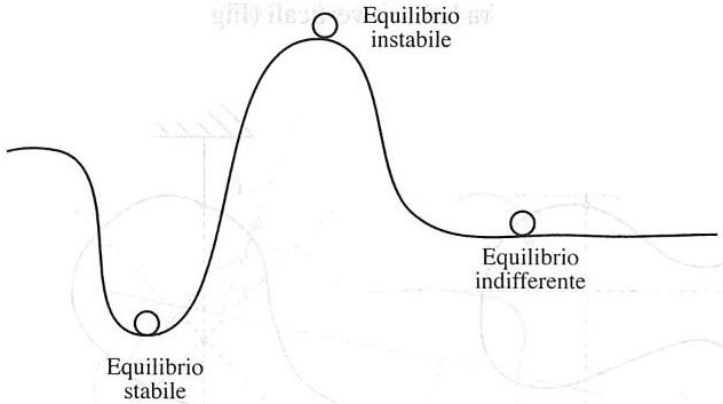
$$\boxed{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}_{tot} = 0} \tag{5.3}$$

2) La risultante dei momenti di tutte le forze applicate deve essere nulla:

$$\boxed{\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \ldots \vec{M}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = \vec{M}_{tot} = 0} \tag{5.4}$$

5.6 TIPI DI EQUILIBRIO

Si distinguono tre forme di equilibrio: stabile, instabile, indifferente (Fig. 5.7).



❒ ***Figura 5.7*** *Le tre forme di equilibrio.*

Un corpo si dice in **equilibrio stabile** quando a seguito di un piccolo spostamento dalla sua posizione di equilibrio si origina una forza, non bilanciata, che tende a far tornare il corpo in posizione di equilibrio. Al contrario, per un corpo in **equilibrio instabile**, a seguito di un piccolo spostamento dalla sua posizione di equilibrio si origina una forza, non bilanciata, che tende ad allontanare il corpo dalla posizione di equilibrio. Nell'**equilibrio indifferente** nessuna forza si origina a seguito di piccoli spostamenti.

5.7 LEVE E GUADAGNO MECCANICO

La **leva** è una macchina semplice costituita da un corpo rigido (asta rigida) che può ruotare attorno ad un asse di rotazione perpendicolare passante per il **fulcro** (punto di appoggio della leva).

La leva è soggetta a due forze dette potenza (o forza motrice) e resistenza applicate perpendicolarmente all'asta, ed è in equilibrio quando il momento della potenza rispetto al fulcro è uguale ed opposto al momento della resistenza rispetto al fulcro, ovvero:

$$\boxed{F_P \cdot b_P = F_R \cdot b_R} \tag{5.5}$$

dove F_P, F_R sono rispettivamente la potenza e la resistenza e b_P e b_R i bracci relativi.

Si definisce **guadagno meccanico** G il rapporto tra le intensità delle forze:

$$\boxed{G = \frac{F_R}{F_P}} \tag{5.6}$$

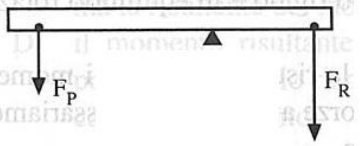
Dalla relazione 5.5 si ricava:

$$\boxed{G = \frac{b_P}{b_R}} \tag{5.7}$$

Una leva si dice vantaggiosa quando $G > 1$, ovvero quando il braccio della potenza è maggiore del braccio della resistenza. Viceversa la leva è svantaggiosa se $G < 1$.

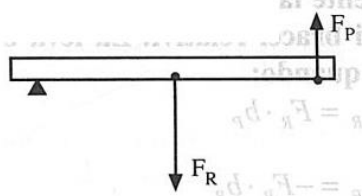
Sulla base delle posizioni relative delle due forze si definiscono tre generi di leve:

1) leva di primo genere (es. tenaglia).
   Il fulcro si trova tra la potenza e la resistenza. Tale leva è vantaggiosa se il fulcro si trova più vicino al punto di applicazione di F_R (ovvero $b_R < b_P$).



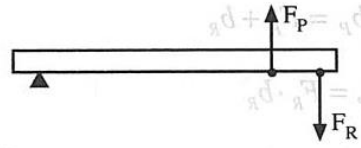
❒ ***Figura 5.8*** *Leva di primo genere.*

2) leva di secondo genere (es. schiaccianoci).
   La resistenza si trova tra il fulcro e la potenza. È sempre vantaggiosa.



❒ ***Figura 5.9*** *Leva di secondo genere.*

3) leva di terzo genere (es. pinzette)
   La potenza si trova tra il fulcro e la resistenza. È sempre svantaggiosa.



❒ ***Figura 5.10*** *Leva di terzo genere.*

-Verifica

La statica

1) Sia data una forza $\vec{F}$ e sia $\vec{r}$ la distanza del punto di applicazione della forza da un polo O. Si definisce momento della forza $\vec{F}$ rispetto al polo O la seguente quantità:

A) $\vec{r} \wedge \vec{F}$

B) $\vec{r} + \vec{F}$

C) $\vec{F} \wedge \vec{r}$

D) $\frac{\overrightarrow{\Delta F}}{\Delta t} \wedge \vec{r}$

E) $\vec{r} \wedge \frac{\overrightarrow{\Delta F}}{\Delta t}$

2) Un corpo esteso che sotto l'azione di forze applicate non subisce deformazione viene detto:

A. corpo plastico
B. corpo elastico
C. corpo rigido
D. corpo in equilibrio instabile
E. corpo in equilibrio stabile

3) Sia data una forza $\vec{F}$ e sia $\vec{r}$ la distanza del punto di applicazione della forza da un punto O. Il momento di $\vec{F}$ è un vettore avente:

A. direzione parallela alla direzione di $\vec{F}$
B. verso parallelo al verso di $\vec{F}$
C. direzione perpendicolare alla direzione di $\vec{F}$ e $\vec{r}$ e verso entrante per rotazioni in senso antiorario
D. direzione perpendicolare alla direzione di $\vec{F}$ e $\vec{r}$ e verso uscente per rotazioni in senso orario
E. direzione perpendicolare alla direzione di $\vec{F}$ e $\vec{r}$ e verso entrante per rotazioni in senso orario

4) Il baricentro di un corpo rigido:

A. coincide sempre con il centro geometrico del solido
B. è sempre un punto interno al corpo
C. dipende dall'orientazione del corpo
D. è il punto di applicazione della forza peso
E. coincide sempre con il fulcro quando il corpo rigido è una leva

5) Si consideri un corpo rigido per il quale la risultante di tutte le forze applicate è nulla. Si può affermare che:

A. il corpo rigido può subire una traslazione
B. il corpo rigido può subire una rotazione
C. il corpo rigido è in equilibrio rotazionale
D. anche la risultante di tutti i momenti delle forze applicate è necessariamente nulla
E. il corpo rigido è in equilibrio instabile

6) Si consideri una leva e siano F_P, F_R rispettivamente la potenza e la resistenza e b_P e b_R i bracci relativi. La leva è in equilibrio quando:

A) $F_P \cdot b_R = F_R \cdot b_P$

B) $F_P \cdot b_P = -F_R \cdot b_R$

C) $F_P \cdot b_R = F_R \cdot b_P$

D) $F_P + b_P = F_R + b_R$

E) $F_P \cdot b_P = F_R \cdot b_R$

7) Si consideri una leva e siano F_P, F_R rispettivamente la potenza e la resistenza e b_P e b_R i bracci relativi. Il guadagno della leva è:

A) $G = \frac{F_R}{F_P}$

B) $G = \frac{F_P}{F_R}$

C) $G = \frac{b_R}{b_P}$

D) $G = \frac{b_R}{b_P}$

E) $G = \frac{F_R}{b_P}$

8) Per una coppia di forze:

A. la risultante delle forze è nulla, così come la risultante dei momenti
B. la risultante delle forze è nulla, ma la risultante dei momenti non è nulla
C. la risultante delle forze non è nulla, ma la risultante dei momenti è nulla
D. il momento risultante dipende dalla posizione del polo rispetto al quale si calcola il momento
E. la risultante delle forze è non nulla, così come la risultante dei momenti

9) Una leva di primo genere:

A. è sempre vantaggiosa
B. è sempre svantaggiosa
C. ha il fulcro posizionato tra la potenza e la resistenza
D. ha la resistenza posizionata tra il fulcro e la potenza
E. ha la potenza posizionata tra il fulcro e la resistenza

10) Quando a seguito di un piccolo spostamento dalla posizione di equilibrio di un corpo si origina una forza non bilanciata che tende a far tornare il corpo in posizione di equilibrio, si dice che il corpo è:

A. in equilibrio instabile
B. in equilibrio indifferente
C. in equilibrio traslazionale
D. in equilibrio rotazionale
E. in equilibrio stabile